

**П. Д. Лебедев, А. А. Успенский**

*Екатеринбург, pleb@yandex.ru, uspen@imtm.uran.ru*

## **АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ОБОВЩЕННЫХ РЕШЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ТИПА ГАМИЛЬТОНА – ЯКОБИ**

Изучаются проблемы точного и приближенного построения обобщенных решений уравнений в частных производных первого порядка типа Гамильтона – Якоби (ГЯ). Рассматривается ряд краевых задач, среди которых задача Коши для уравнения ГЯ с положительно-однородным по импульсной переменной гамильтонианом, задача Коши для этого же типа уравнений с дополнительными ограничениями в форме неравенств, задача Дирихле для уравнения эйконала. Указанные краевые задачи возникают в теории позиционных дифференциальных игр [1], при исследовании задач оптимального управления (в частности, при изучении задач быстрогодействия), в механике и геометрической оптике.

Решение означенного круга задач рассматривается в рамках концепции минимаксного (обобщенного) решения уравнения ГЯ [2]. Предложены аналитические и численные (в том числе сеточные) процедуры построения обобщенных решений уравнений гамильтонова типа [3]. Развивается численно-аналитический подход к отысканию особых точек границы краевого множества, вычислению меры его невыпуклости и построению на их основе волновых фронтов (линий уровня решения) [4], [5].

Разработаны и реализованы алгоритмы приближенного построения решений задач динамического управления, геометри-

ческой оптики. Эффективность алгоритмов иллюстрируется на модельных примерах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00587), программы Президента “Ведущие научные школы РФ” (проект НШ-2640.2008.1) и Федеральной программы Президиума РАН № 29.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. *Позиционные дифференциальные игры*. – М.: Наука, 1974. – 456 с.
2. Субботин А. И. *Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации*. – Москва – Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2003. – 336 с.
3. Ушаков В. Н., Успенский А. А., Лебедев П. Д. *Построение минимаксного решения уравнения типа эйконала* // Труды Ин-та матем. и мех. – 2008. – Т. 14. – № 2. – С. 182–191.
4. Успенский А. А., Лебедев П. Д. *Геометрия и асимптотика волновых фронтов* // Изв. вузов. Матем. – 2008. – № 3. – С. 27–37.
5. Успенский А. А., Лебедев П. Д. *Процедуры вычисления меры невыпуклости плоского множества* // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. – 2009. – Т. 49. – № 3. – С. 431–440.